

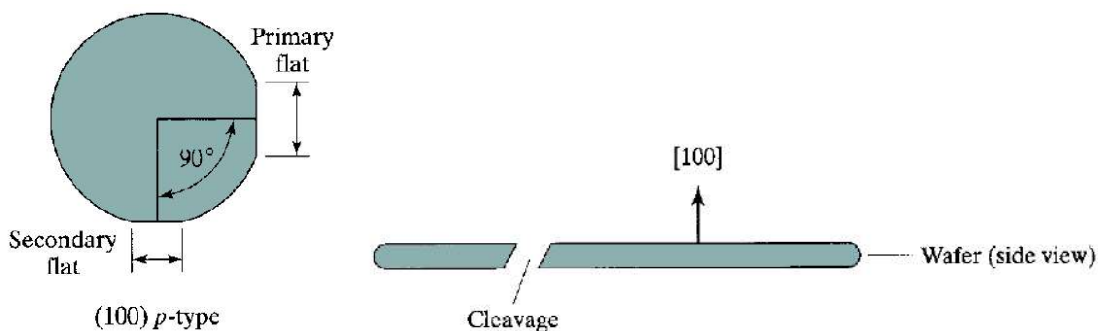
Podstawy fizyki fazy skondensowanej II, ZMiN III rok, ćwiczenia

Zadania na ćwiczenia 8 maja 2019. Michał Rams

21. Łupanie wafli krzemowych

Wafle Si (100) – gdzie płaszczyzna wafla prostopadła do wektora sieciowego [100] – mają tendencję do pęknięcia wzdłuż płaszczyzn (111), i wszystkich równoważnych, po odpowiednio mocnym punktowym nacisku na powierzchnię. Małe okrągłe wafle zwykle mają ścięcie zwane *Primary flat* robione w płaszczyźnie (011). Drugie ścięcie zwane *Secondary flat* oznacza typ domieszkowania.

- Jaki będzie kąt między płaszczyzną wafla, a płaszczyzną pęknięcia?
- Na ile maksymalnie kawałków pęknie taki wafer po naciśnięciu, jeżeli wszystkie płaszczyzny pęknięcia przechodzą przez punkt nacisku.
- Jaki będzie kąt linii pęknięć w stosunku do *Primary flat*.



22. Anizotropowa masa elektronu w paśmie

Energia na dnie pasma elektronowego dana jest relacją dyspersji

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2}{m_x} + \frac{k_y^2}{m_y} + \frac{k_z^2}{m_z} \right).$$

Pokaż, że gęstość stanów ma postać analogiczną jak dla elektronów swobodnych

$$D(\mathcal{E}) = \frac{L^3}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (\mathcal{E} - \mathcal{E}_0)^{1/2},$$

gdzie $m^* = (m_x m_y m_z)^{1/3}$. Wskazówka: Można zacząć od podstawienia $k_x = q_x (m_x/m^*)^{1/2}$ itd.

Podstawy fizyki fazy skondensowanej II, ZMiN III rok, ćwiczenia

Zadania na ćwiczenia 15 maja 2019. Michał Rams

23. Liczba dziur w krzemie

Pokaż, że w półprzewodniku koncentracja dziur w paśmie walencyjnym jest równa

$$p = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mathcal{E}_v - \mu}{k_B T} \right)$$

gdzie μ to potencjał chemiczny, m_h – masa efektywna dziur w paśmie walencyjnym, \mathcal{E}_v – energia wierzchołka pasma walencyjnego. Zakładając, że potencjał chemiczny jest prawie dokładnie w środku przerwy energetycznej (kolejne zadanie) mamy

$$\mathcal{E}_v - \mu = -\mathcal{E}_g/2.$$

Oszacuj liczbę dziur w 1 cm^3 czystego Si w temperaturze 40°C , znajdując gdzieś potrzebne dane.

Wskazówka: wykład lub C. Kittel, *Wstęp do fizyki ciała stałego*, lub K. Huang, *Podstawy fizyki statystycznej*.

24. Potencjał chemiczny w półprzewodnikach samoistnych

Startując z podanych na wykładzie wzorów na koncentracje elektronów w paśmie przewodnictwa n oraz dziur w paśmie walencyjnym p pokaż, że w półprzewodniku samoistnym potencjał chemiczny μ zależy od temperatury jak

$$\mu = \frac{\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_v}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \left(\frac{m_h}{m_e} \right)$$

gdzie przerwa energetyczna jest od energii \mathcal{E}_v do \mathcal{E}_c , a m_h i m_e są masami efektywnymi dziur i elektronów.

Podstawy fizyki fazy skondensowanej II, ZMiN III rok, ćwiczenia

Zadania na ćwiczenia 22 maja 2019. Michał Rams

25. Relacje Einsteina

Wyprowadź związek pomiędzy współczynnikiem dyfuzji D_n dla elektronów, a ich ruchliwością μ_n dla półprzewodnika:

$$D_n = \frac{k_B T}{e} \mu_n$$

Wskazówki: Rozważmy półprzewodnik typu n, w którym koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa z jakiś powodów nie jest wszędzie taka sama, ale zależy od położenia $n = n(x)$. Dyfuzja tych elektronów daje prąd elektryczny równy

$$j^{dyf} = e D_n \frac{dn}{dx},$$

gdzie D_n jest współczynnikiem dyfuzji. Jeżeli na te same elektrony działa pole elektryczne dV/dx to powstaje drugi składnik prądu

$$j^{dryf} = -en\mu_n \frac{dV}{dx}.$$

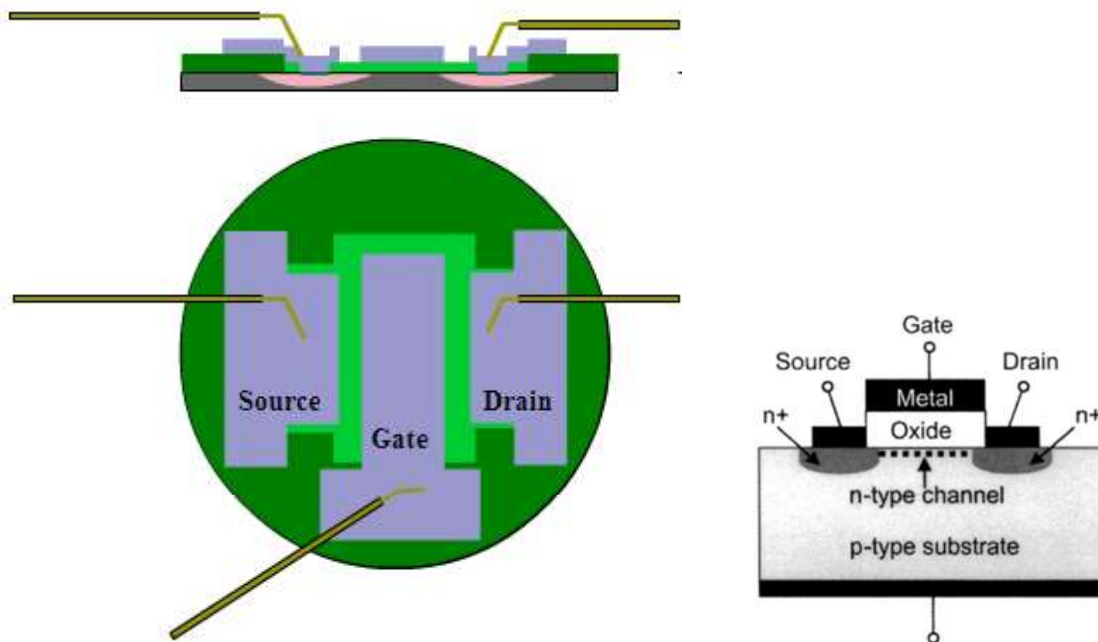
W równowadze prąd dyfuzyjny i prąd dryfu znoszą się $j^{dryf} + j^{dyf} = 0$. Koncentracja elektronów jest równa

$$n(x) = N_c \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_c - eV(x) - \mu}{k_B T}\right)$$

Potencjał chemiczny μ jest stały niezależnie od x .

26. Produkcja tranzystora typu MOSFET

Zaplanuj proces produkcyjny tranzystora typu MOSFET na podkładzie typu p. Końcowa geometria układu powinna być jak na rysunku poniżej.



Kolory: popielaty – wafel Si o orientacji [100] z domieszkowaniem typu p, różowy – obszar z domieszkowaniem n+, niebieski – Al 500 nm, ciemno zielony – warstwa SiO₂ 500 nm, jasno zielony – warstwa SiO₂ 100 nm.

Proszę podać w kolejności wszystkie potrzebne kroki, uwzględniając między innymi

- tworzenie warstwy SiO₂ 500 nm dla ochrony przy domieszkowaniu,
- trawienie SiO₂ w BOE (Buffer Oxide Etch),
- tworzenie cienkiej warstwy SiO₂ dla izolacji bramki,
- depozycję warstwy Al 500 nm przez napyłanie,
- trawienie Al,
- kilkakrotne nakładanie warstwy światłoczułej *photoresist*,
- kilkakrotne naświetlanie przez maskę (proszę narysować kształty używanych masek). Używamy *positive photoresist* to znaczy naświetlone fragmenty *photoresist* są rozpuszczane w następnym kroku,
- domieszkowanie przez dyfuzję,
- wygrzewanie, żeby obniżyć opór warstwy Al,
- kilkakrotne wygrzewanie, żeby utwardzić *photoresist*,
- kilkakrotne wywoływanie (rozpuszczanie naświetlonych fragmentów).

Potrzebne wiadomości: na wykładzie.

Podstawy fizyki fazy skondensowanej II, ZMiN III rok, ćwiczenia

Zadania na ćwiczenia 29 maja i 5 czerwca 2019. Michał Rams

27. Reguły Hunda

Korzystając z reguł Hunda znajdź stan podstawowy (podaj liczby kwantowe L , S i J) dla a) jonu Mn^{2+} , b) jonu Dy^{3+} . Wylicz w każdym przypadku czynnik Landégo g_L oraz efektywny moment magnetyczny $p^{\text{eff}} = g_L \sqrt{J(J+1)}$. Wsk: wzór na czynnik Landégo g w zależności od L , S i J był na wykładzie.

28. Stała Curie dla atomu o spinie S

Atom o całkowitym spinie S umieszczony w polu magnetycznym B może być w jednym z $2S+1$ stanów energetycznych

$$\mathcal{E}_m = g\mu_B B m, \quad \text{dla} \quad m = -S, \dots, +S,$$

gdzie g jest czynnikiem Landégo. Pokaż, że dla $g\mu_B B \ll k_B T$ podatność spełnia prawo Curie $\chi = C/T$. Wyznacz stałą C .

Wskazówka 1: Licząc funkcję rozdziału

$$Z = \sum_{m=-S}^S \exp(-\mathcal{E}_m/k_B T)$$

można przybliżyć eksponenty jako $\exp(y) \simeq 1 + y + y^2/2$, a w pewnych miejscach nawet jako $\exp(y) \simeq 1 + y$.

Wskazówka 2:

$$\sum_{m=-S}^{m=S} m^2 = \frac{1}{3} S(S+1)(2S+1)$$

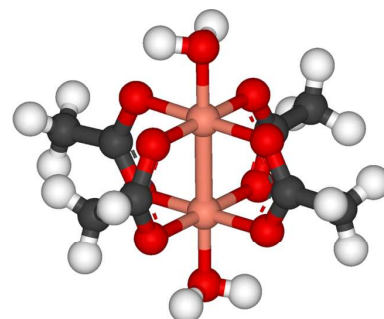
Wskazówka 3: Energia swobodna, średni moment magnetyczny, podatność

$$F = -k_B T \ln Z, \quad \langle \mu \rangle = -\frac{\partial F}{\partial B}, \quad \chi = \frac{\langle \mu \rangle}{B/\mu_0}.$$

29. Oddziaływanie wymienne

Rozważmy dwa spiny $s_1 = s_2 = 1/2$.

- Między tymi spinami istnieje oddziaływanie wymienne, takie że hamiltonian może być zapisany jako $\mathcal{H} = -2J s_1^z s_2^z$, gdzie stała J jest stałą. Tak zapisane oddziaływanie nazywane jest modelem Isinga. Jakie są możliwe stany energetyczne układu? W rozwiązaniu wystarczy rozważyć jakie są możliwe wartości składowych s^z dla spinu $1/2$.
- Rozważmy inne oddziaływanie dla którego hamiltonian ma postać $\mathcal{H} = -2J \vec{s}_1 \vec{s}_2$ (model Heisenberga). Jakie energie mają możliwe stany układu? W tym przypadku trzeba również uwzględnić składowe s^x oraz s^y .



30. Magnetyk molekularny: dimer 1/2-1/2

W cząsteczce octanu miedzi $\text{Cu}_2(\text{CH}_3\text{COO})_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ każdy z dwu jonów Cu ma spin $s_1 = s_2 = 1/2$. Między tymi spinami istnieje silne oddziaływanie wymienne (*exchange interaction*) opisane hamiltonianem $\mathcal{H}_{ex} = -2J_{ex}\vec{s}_1\vec{s}_2$, gdzie stała $J_{ex}/k_B \simeq -240$ K. Jaka będzie zależność podatności magnetycznej od temperatury?

Wskazówki:

a) bez pola magnetycznego są dwa stany energetyczne cząsteczki, jeden o spinie całkowitym $S = 0$, drugi o spinie całkowitym równym $S = 1$. Pokaż, że energie tych poziomów wynoszą

$$\mathcal{E}(S) = -J_{ex} [S(S+1) - s_1(s_1+1) - s_2(s_2+1)], \quad \text{gdzie } \vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$$

b) W polu magnetycznym B stan singletowy (tzn. o zerowym spinie) się nie zmienia, a stan trypletowy (tzn. o spinie $S = 1$) rozszczepia się na trzy poziomy: $\mathcal{E}(S) - g\mu_B B$, $\mathcal{E}(S)$ oraz $\mathcal{E}(S) + g\mu_B B$.

c) Razem są więc 4 stany energetyczne, w których znajdować może się cząsteczka z prawdopodobieństwami określonymi rozkładem Boltzmann'a. Można dla nich zapisać funkcję rozdziału

$$Z = \sum_{i=1}^4 \exp(-\mathcal{E}_i/k_B T)$$

Warto przyjąć zero skali energii tak, żeby wzory były jak najprostsze. Rozszczepienie w niewielkim polu magnetycznym B jest małe w porównaniu z $k_B T$ oraz z J_{ex} .